# ANEXO I

Estrutura Acadêmica

## GRUPO I

Disciplinas e Atividades Obrigatórias

| Mestrado | | |
|---|---|---|
| **Disciplina** | **Créditos** | **Carga Horária** |
| Análise no $\mathbb{R}^n$ | 6 | 90 hs |
| Análise Complexa | 4 | 60 hs |
| Estrututras Algébricas | 4 | 60 hs |
| Geometria Diferencial | 4 | 60 hs |
| **Atividade** | **Créditos** | **Carga Horária** |
| Defesa de Dissertação | 6 | 90 hs |
| Exame de Qualificação | 0 | Não se aplica |
| Estágio à Docência | 0 | Ver norma vigente |
| Doutorado | | |
| **Disciplina** | **Créditos** | **Carga Horária** |
| Análise Funcional | 6 M/D | 90 hs |
| Variedades Diferenciáveis | 6 M/D | 90 hs |
| Equações Diferenciais Parciais I | 6 M/D | 90 hs |
| Geometria Riemanniana | 6 M/D | 90 hs |
| **Atividade** | **Créditos** | **Carga Horária** |
| Defesa de Tese | 12 | 180 hs |
| Exame de Qualificação | 0 | Não se aplica |
| Estágio à Docência | 0 | Ver norma vigente |

## GRUPO II

### Disciplinas Eletivas

| Disciplina | Créditos | | Carga Horária |
|---|---|---|---|
| Análise | | | |
| Equações Diferenciais Ordinárias | 4 | M/D | 60 hs |
| Equações Diferenciais Parciais II | 4 | M/D | 60 hs |
| Tópicos de Equações Dispersivas | 4 | M | 60 hs |
| Espaços de Sobolev e Aplicações às EDPs | 4 | D | 60hs |
| Equações Diferenciais Parciais Elípticas | 4 | D | 60 hs |
| Medida e Integração | 4 | M | 60 hs |
| Teoria de Semigrupos e Aplicações | 4 | D | 60 hs |
| Teoria do Controle | 4 | M/D | 60 hs |
| Teoria dos Pontos Críticos | 4 | M/D | 60 hs |
| Teoria Espectral | 4 | D | 60 hs |
| Tópicos de Análise I | 4 | M/D | 60 hs |
| Tópicos de Análise II | 4 | D | 60 hs |
| Seminário de Análise I | 4 | D | 60 hs |
| Seminário de Análise II | 4 | D | 60 hs |
| Geometria e Topologia | | | |
| Dinâmica Hiperbólica | 4 | M/D | 60 hs |
| Geometria de Subvariedades | 4 | D | 60 hs |
| Tópicos de Análise Geométrica | 4 | M/D | 60 hs |
| Teoria Ergódica | 4 | M/D | 60 hs |
| Topologia Algébrica | 4 | M/D | 60 hs |
| Subvariedades Mínimas | 4 | D | 60 hs |
| Tópicos de Geometria Diferencial | 4 | D | 60 hs |
| Tópicos de Geometria I | 4 | M/D | 60 hs |
| Tópicos de Geometria II | 4 | D | 60 hs |
| Seminário de Geometria I | 4 | D | 60 hs |
| Seminário de Geometria II | 4 | D | 60 hs |

| Matemática Aplicada | | | |
|---|---|---|---|
| Álgebra Linear Computacional | 4 | M/D | 60 hs |
| Análise Convexa | 4 | M/D | 60 hs |
| Análise Numérica | 4 | M | 60 hs |
| Biomatemática | 4 | M | 60 hs |
| Lógica Fuzzy | 4 | M | 60 hs |
| Otimização I | 4 | M/D | 60 hs |
| Otimização II | 4 | M/D | 60 hs |
| Otimização Vetorial | 4 | D | 60 hs |
| Programação Linear | 4 | M/D | 60 hs |
| Tópicos de Otimização | 4 | M/D | 60 hs |
| Tópicos de Matemática Aplicada | 4 | M/D | 60 hs |
| Seminário de Otimização | 4 | D | 60 hs |
| Seminário de Matemática Aplicada | 4 | D | 60 hs |

**ANEXO II**

EMENTÁRIO DAS DISCIPLINAS

**GRUPO I**

DISCIPLINAS OBRIGATÓRIAS

## MESTRADO

**Análise no $\mathbb{R}^n$:** Topologia do espaço euclidiano. Caminhos no espaço euclidiano. Funções reais de $n$ variáveis. Aplicações diferenciáveis. Integrais Múltiplas. Integrais de superfície: teorema de Stokes.

**Bibliografia:**


1. Lima, E. L.: Análise no espaço $\mathbb{R}^n$. Coleção Matemática Universitária. Rio de Janeiro, IMPA. 2004.

2. Lima, E. L.: Curso de Análise vol.2. Projeto Euclides. Rio de Janeiro, IMPA. 1989.

3. Lima, E. L.: Análise Real vol.2. Coleção Matemática Universitária. Rio de Janeiro, IMPA. 2004.

4. Lang, S.: Undergraduate Analisys. New York. Springer-Verlag. 1983.

5. Spivak, M.: O Cálculo em Variedades. Coleção Clássicos em Matemática. Editora Ciência Moderna. Rio de Janeiro. 2003.


**Análise Complexa:** Números complexos. Funções analíticas: séries de potências, fórmula integral de Cauchy. Séries de Taylor e de Laurent. Singularidades. Teorema de resíduos e aplicações. Aplicações conformes. Teorema da representação conforme de Riemann. Funções harmônicas. Fórmula de Poisson.

**Bibliografia:**


1. Ahlfors, L.: Complex Analisys. New York. Mc-Graw Hill, 1966.

2. Cartan, H.: Elementary theory of analytic functions of one or several complex variables. Dover Publications, New York, 1995.

3. Conway, J. B.: Functions of one Complex Variable. Spring-Verlag. Berlin. 1978.

4. Knopp, K.: Theory of functions, parts I and II. Dover, New York, 1996.

5. Markushevich, A.I.: Theory of functions of a complex variable, second edition. AMS, New York, 2005.

6. Stein, E. and Shakarchi, R.: Complex Analysis. Princeton Lectures in Analysis, No 2. Princeton University Press, 2003.

**Estruturas Algébricas:** Anéis euclidianos, inteiros de Gauss. Anéis fatoriais, critério de Eisenstein, lema de Gauss. Polinômios simétricos, algoritmo de Newton. Resultante, teorema de Bezout. Módulos sobre domínios principais, forma canônica de Jordan. Teorema da base de Hilbert. Teorema dos zeros de Hilbert. Grupos, grupos quocientes. Teorema de Lagrange. Grupos finitos com dois geradores. Grupos de permutações. Teorema de Sylow. Teorema de Jordan-Hölder. Grupos solúveis. Teoria de módulos finitamente gerados.

**Bibliografia:**

1. Artin, M.: Algebra. Prentice-Hall. New Jersey. 1991.

2. Garcia, A. e Lequain, Y.: Álgebra: Um Curso de Introdução. Projeto Euclides. Rio de Janeiro, IMPA. 1988.

3. Garcia , A. e Lequain, Y.: Elementos de Álgebra. Projeto Euclides. Rio de Janeiro, IMPA. 2003.

4. Jacobson, N.: Lectures in Abstract Álgebra, Vol. I. Van Nostrand. New York. 1951.

**Geometria Diferencial:** Curvas planas; Desigualdade isoperimétrica. Curvas no espaço: curvatura e torção, Triedro de Frenet, teorema de existência e unicidade de curvas. Superfícies no $\mathbb{R}^3$: primeira forma fundamental e área. Aplicação normal de Gauss; direções principais, curvatura de Gauss e curvatura média, linhas de curvatura. Geometria intrínseca, exemplos clássicos de superfícies. Derivada covariante, o teorema Egregium; curvatura geodésica; equações das geodésicas, cálculo de geodésicas em superfícies; a aplicação exponencial, o teorema de Gauss-Bonnet. Outros tópicos.

**Bibliografia:**

1. Do Carmo, M.P.: Geometria Diferencial de Curvas e Superfícies. Textos universitários, SBM. Rio de Janeiro, 2005.

2. Araújo, P. V.: Geometria Diferencial. Coleção Matemática Universitária. IMPA. Rio de Janeiro,1998.

3. O'Neill, Barrett: Elementary differential geometry, 2ed. New York: Academic Press, 1971.

4. Lima, Elon Lages: Curso de Análise vol 2. Projeto Euclides, IMPA. Rio de Janeiro, 2000.

## DOUTORADO

**Análise Funcional:** Espaços vetoriais normados. Espaços de Banach. Espaço quociente. Espaços de Lebesgue, Teorema de Fischer-Riesz, Reflexividade e Separabilidade, Convolução e Regularização, Densidade de funções suaves. Operadores lineares e seus adjuntos. Teorema de Hahn-Banach. Teorema da limitação uniforme. Teorema do gráfico fechado. Teorema da aplicação aberta. Topologia fraca. Teorema de Banach-Alaoglu. Espaços reflexivos. Espaços de Hilbert. Conjuntos ortonormais. Teorema da representação de Riesz. Operadores compactos. Teoria espectral de operadores compactos auto-adjuntos.

**Bibliografia:**

1. Bachman, G. and Narici, L.: Functional Analisys. Academic Press, New York. 1966.

2. Botelho, G., Pellegrino, D., Teixeira, E.: Fundamentos de Análise Funcional, Coleção Textos Universitários, SBM, 2015

3. Brezis, H.: Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations. New York, Springer, 2011.

4. Conway, J.: A Course in Functional Analysis. Springer. 1985.

5. Kolmogorov, A. N. and Fomin, S. V.: Introductory real analisys. Prencite-Hall, Inc., Englewood, N.J.. 1970.

6. Oliveira, C. R.: Introdução à Análise Funcional. Publicações Matemáticas. Rio de Janeiro, IMPA. 2005.

**Variedades Diferenciáveis:** Variedades diferenciáveis: definições, exemplos, variedade com bordo, fibrado tangente. Elementos da teoria de grupos de Lie. Aplicações diferenciáveis: imersões, submersões, mergulhos. Partições da unidade.

Teorema do Mergulho de Whitney. Tensores e métricas riemannianas. Homotopia. Formas diferenciais. Orientação. Integração em variedades: Teorema de Stokes. Cohomologia de De Rham. Distribuições e o Teorema de Frobenius.

**Bibliografia:**


1. Lima, Elon Lages: Curso de Análise vol 2. Projeto Euclides, IMPA. Rio de Janeiro, 2000.

2. Lee, John: Introduction to smooth manifolds. Graduate Texts in Mathematics, Springer. 2002.

3. Guillemin, P. e Pollack, A.: Diefferential topology. New Jersey: Prentice-Hall, 1974.

4. Warner, Frank: Foundations of differentiable manifolds and Lie groups. Scott. Foresman, New York, 1971.


**Equações Diferenciais Parciais I:** Equação de Laplace: funções harmônicas, princípio do máximo, regularidade,teorema de Liouville, solução fundamental, desigualdade de Harnack, funções de Green, métodos da energia. Espaços de Sobolev: teoremas de densidade, mergulhos e compacidade. Equação do Calor: solução fundamental, problema de valor inicial, propriedade do valor médio, princípio do máximo, estimativa das derivadas, método da energia. Equação da Onda: formula de d'Alembert, soluções no plano e no espaço, métodos da transformada de Fourier e da energia.

**Bibliografia:**


1. Evans, L. C.: Partial Differential Equations. Graduate Studies in Mathematics vol. 19, American Mathematical Society, 1998.

2. Gilbarg, D., Trudinger, N.S.: Elliptic Partial Differential equations of Second Order, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 1998.

3. Iório Jr, R. e Iório, V.: Equações Diferenciais Parciais, uma introdução. Projeto Euclides. Rio de Janeiro, IMPA. 1988.

4. John, F.: Partial Differential Equations. Third edition. Springer-Verlag. New York, 1978.

5. Jost, J.: Partial Differential Equations (Graduate Texts in Mathematics). Springer, 2002.

6. Medeiros, L. A.; Ferrel, J. L. e Biazutti , A. C.: Métodos clássicos em equações diferenciais parciais. Instituto de Matemática, UFRJ, 2000.

**Geometria Riemanniana:** Métricas Riemannianas. Conexões. Geodésicas. Curvaturas. Derivação covariante de tensores. Campos de Jacobi. Imersões isométricas. Variedades Riemannianas completas: Teorema de Hopf-Rinow, Teorema de Hadamard. Espaços de curvatura constante. Variações do comprimento de arco. Teorema de comparação de Rauch.

**Bibliografia:**

1. do Carmo, M.P.: Geometria Riemanniana. Projeto Euclides, IMPA. Rio de Janeiro, 1979.

2. Lee, John: Riemannian Manifolds: An Introduction to Curvature. Graduate. Texts in Mathematics, Springer. 1997.

3. Sakai, T.: Riemannian Geometry. A.M.S., Mathematical Monographs, vol. 149.

4. Gallot, S.; Huylin, D. e Lafontaine, J.: Riemannian Geometry. Berlin, Springer-Verlag, 1987.

5. Petersen, Peter: Riemannian Geometry. University of Califórnia. Graduate Texts in Mathematics , Springer. 1997.

6. Jost, J.: Riemannian Geometry and Geometric Analysis. 3nd Edition, Springer-Verlag, Milan, 1998.

## GRUPO II

DISCIPLINAS ELETIVAS

## ANÁLISE

**Equações Diferenciais Ordinárias:** Teorema de existência e unicidade. Dependência diferenciável das condições iniciais. Equações lineares. Exponencial de matrizes. Classificação dos campos lineares. Forma canônica de Jordan. Equações lineares não autônomas: solução fundamental e teorema de Liouville. Equações lineares não homogêneas. Equações com coeficientes periódicos, teorema de Floquet. Estabilidade e instabilidade assintótica de um ponto singular de uma equação autônoma. Funções de Lyapounov. Pontos fixos hiperbólicos. Enunciado do teorema de linearização de Grobman-Hartman. Fluxo associado a uma equação autônoma. Conjuntos limites. Campos gradientes. Campos Hamiltonianos. Campos no plano: órbitas periódicas e Teorema de Poincaré-Bendixon. Órbitas periódicas hiperbólicas. Equação de Van der Pol.

**Bibliografia:**


1. Arnold, V.: Equations Differentialles Ordinaires. Moscou, Ed. Mir. 1974.

2. Doering, C. I. e Lopes, A. O.: Equações Diferenciais Ordinárias. Coleção Matemática Universitária. Rio de Janeiro, IMPA. 2005.

3. Figueiredo, D. G. e Neves, A. F.: Equações diferenciais aplicadas. Coleção Matemática Universitária. Rio de Janeiro, IMPA. 2005.

4. Hirsch, M. and Smale, S.: Differential Equations, Dynamical Systems and Linear Algebra. New York, Academic Press. 1974.

5. Pontryagin, L. S.: Ordinary Differential Equations. Reading, Mass., Addison-Wesley. 1969.

6. Sotomayor, J.: Lições de Equações Diferenciais Ordinárias. Projeto Euclides. Rio de janeiro, IMPA. 1979.


**Equações Diferenciais Parciais II:** Métodos de Compacidade: Teoremas de Compacidade: de Aubins Lions e de Simon e aplicações à Equação da Onda não Linear, Equações de Navier Stokes, Equações de Schroedinger, Modelos de Kirchhoff para Vibrações não Lineares; Métodos de Monotonia: Equações Parabólicas

Monótonas, Métodos de Monotonia e Operadores Hiperbólicos não Lineares, Problema Estacionário, Variantes do Problema de Navier Stokes; Métodos de Ponto Fixo: Teoremas do Ponto Fixo: de Banach, de Schauder, de Kakutani, de Schaefers e aplicações às Equações Parabólicas não Lineares e Problemas Elípticos Quaselineares.

**Bibliografia:**


1. Brezis, H.: Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations. New York, Springer, 2011.
2. Evans, L. C.: Partial Differential Equations. Graduate Studies in Mathematics vol. 19, American Mathematical Society, 1998.
3. Lions, J.L.: Quelques Méthodes de résolution des problèmes aux limites non linéaires, Dunod Gauthier-Villars, 1969
4. Medeiros, L.A., Miranda, M.M.: Introdução aos Espaços de Sobolev e as Equações Diferenciais Parciais, IM-UFRJ, 1993.
5. Kesavan, S.: Tópics in Funcional Analysis and Applications, Wiley Eastern Limited, 1989.


**Tópicos de Equações Dispersivas:** Espaços $L^p$. Interpolação de operadores. Teoria básica de distribuições. Séries e transformadas de Fourier. A função maximal de Hardy-Littlewood. Espaços de Sobolev $W^{m,p}$. Equações dispersivas. Existência e unicidade de soluções para a equação de Schrodinger. A equação de Korteweg-de Vries. A equação de Benjamin-Ono.

**Bibliografia:**


1. Cazenave, T.: Semilinear Schrodinger equation, Courant Lectures Notes 10, AMS, 2003.
2. Duoandikoetxea, J.: Fourier Analysis, Graduate Studies in Mathematics, AMS, Providence, 2001
3. Folland, G.B.: Real analysis, Modern Techniques and their Applications, John Wiley & Sons, New York, 1994.
4. Iório, R., Iório, V.: Fourier analysis and partial differential equations, Cambridge studies in advanced mathemathics, 2001.

5. Linares, F., Ponce, G.: Introduction to Nonlinear Dispersive equations, Springer, 2009.

**Espaços de Sobolev e Aplicações às EDPs:** Noção de distribuição de Schwartz. Propriedades elementares dos Espaços de Sobolev $W^{m,p}$. Traço de funções de $H^m$. Imersões de Sobolev. Teorema de Lax-Milgram. Problemas de Dirichlet. Problemas de Neumann. Método de Feado-Galerkin-Lions. Equações parabólicas. Equações hiperbólicas.

**Bibliografia:**

1. Adams. R.A.: Sobolev Spaces, Academic Press, N.Y., 1975.

2. Brezis, H.: Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations. New York, Springer, 2011.

3. Evans, L. C.: Partial Differential Equations. Graduate Studies in Mathematics vol. 19. American Mathematical Society, 1998.

4. J.L-Lions, Quelques méthodes de résolution des problèmes aux limites non linéaires, Dunod, 1969.

5. Medeiros, L.A. & Milla Miranda, M, Introdução aos Espaços de Sobolev e às equações diferenciais parciais, IM-UFRJ 2011

6. Schwartz, L. Généralization de la Notion de Fonction, de Dérivation et de Transformation de Fourier et Application Mathématiques et Physiques, Annales Univ. Grenoble 21 (1945), 57-74.

**Equações Diferenciais Parciais Elípticas:** A equação de Laplace, representação de Green, problema de Dirichlet, método das funções subharmônicas, princípio do máximo, desigualdade de Harnack, equação de Poisson, potencial newtoniano, problema de Dirichlet para a equação de Poisson, soluções clássicas, Teoria de Schauder, Teoria de DeGiorgi-Nash-Moser: teoria de regularidade de DeGiorgi, Método de iteração de Moser. Espaços de Sobolev, espaços $W^{k,p}$ teoremas de densidade e mergulhos, resultados de compacidade, soluções generalizadas, regularidade, problema de autovalores, soluções fortes. Equações totalmente não-lineares, soluções no sentido da viscosidade, princípio do máximo de Alexandroff, desigualdade de Harnack, Teoria $W^{2,p}$ para soluções no sentido da viscosidade.

**Bibliografia:**

1. Evans, L. C.: Partial Differential Equations. Graduate Studies in Mathematics vol. 19, American Mathematical Society, 1998.

2. Gilbarg, D., Trudinger, N.S.: Elliptic Partial Differential equations of Second Order, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 1998.

3. Fanghua Lin, Qing Han.: Elliptic Partial Differential Equations, American Mathematical Society 2000.

**Medida e Integração:** Conjuntos e funções mensuráveis. Medidas. Integração de funções positivas mensuráveis e Integração de funções reais. Teoremas de convergência. Diferenciação e Integral de Lebesgue. Espaços de Banach e operadores lineares sobre espaços vetoriais normados. Tipos de convergência. Teoremas de decomposição; Teorema de Radon-Nikodýn. Teorema de representação de Riesz. Teoremas de Fubini e de Tonelli.

**Bibliografia:**

1. Bartle, R.: The elements of integration and Lebesgue measure. New York. John Wiley and Sons. 1995.

2. Folland, G. B.: Real Analisys, Modern Tecniques and their applications. John Wiley and Sons. 1984.

3. Isnard, C.: Introdução à medida e integração. Projeto Euclides. Rio de Janeiro, IMPA. 2007.

4. Royden, MN.: Analisys. New York. The MacMillan. 1963.

5. Rudin W.: Real and Complex Analisys. Mac-Graw Hill. 1966.

**Teoria de Semigrupos e Aplicações:** Semigrupos: fortemente contínuos, compactos, analíticos. O teorema de Hille-Yosida. O teorema de Lumer e Phillips. Os teoremas de aproximação de Trotter-Kato. Aplicações: Equação de difusão linear. Equação de ondas lineares. Sistema termoelástico linear. Equação de difusão não linear.

**Bibliografia:**

1. H. Brezis, Functional analysis, Sobolev spaces and partial differential equations, Springer, 2010.

2. K.-J. Engel & R. Nagel, A short course on operator semigroups, Springer, 2005.

3. A. Friedman, Partial differential equations, Dover Publications, Inc. 1997.

4. J. A. Goldstein, Semigroups of linear operators and applications, Oxford University Press, 1995.

5. A. M. Gomes, Semigrupos de operadores lineares e aplicações às equações de evolução, IM-UFRJ, 2007.

6. Z. Liu & S. Zheng, Semigroups associated with dissipative systems, Chapman & Hall/CRC, London, 1999.

7. A. Pazy, Semigroups of linear operators and applications to partial differential equations, Spring, 1983. 2nd ed. 2008.

**Teoria do Controle:** Controlabilidade de sistemas lineares. Equações Parabólicas: Desigualdade de Carleman para equação do calor, desigualdade de observabilidade, controlabilidade aproximada e nula para a equação do calor. Equações Hiperbólicas: Solução forte, fraca e ultra fraca, método de Faedo-Galerkin, Desigualdade de Carleman para equação da onda, desigualdade de observabilidade, controlabilidade aproximada e nula para a equação da onda, Método HUM. Controle Hierárquico para sistemas parabólicos e hiperbólicos via estratégia de Stackelberg-Nash. Controlabilidade de sistemas não lineares : controlabilidade nula para sistemas parabólicos semilineares via método do ponto fixo de Kakutani. Equações de Navier Stokes: Sistema linearizado, desigualdade de Carleman para o sistema linearizado adjunto, controlabilidade por trajetorias para o sistema linearizado, controlabilidade por trajetorias e nula via teorema de Liusternik.

**Bibliografia:**

1. A. Fursikov & O. Imanuvilov, Controllability of evolution equations: lecture notes, Vol 34, Seoul National University, Korea, 1996.

2. Jean-Michel Coron, Control and Nonlinearity, Mathematical Surveys and Monograps Volume 136, American Mathematical Society, 2007.

3. R. Temam, Navier-Stokes Equations, Theory and Numerical Analysis, Vol. 2. North-Holland, Amsterdam, 1997.

4. E. Fernandez-Cara, Some Results Concierning the Control of Parabolic PDEs, Universidad de Sevilla, 2008.

5. L. A. Medeiros, M. M . Miranda, A. T. Lourêdo, Introduction to exact control theory method HUM, EDUEPB, Campina ? Grande, Paraíba, 2013.

6. Enrique Zuazua. Controllability of Differential Equations.3rd cycle. Castro Urdiales (Espagne), 2006

**Teoria dos Pontos Críticos:** Pontos Críticos via Minimização. O Teorema da Deformação. O Teorema do Passo da Montanha. O Teorema do Ponto de Sela. Pontos Críticos com Vínculos-Vínculos Naturais. Aplicações Pontos Críticos na Presença de Simetria. O Princípio Variacional de Ekeland. Princípio de Minimax Geral, Teoria de Lusternik-Schnirelman. Multiplicidade na teoria Continuação. O Lema de Concentração Compacidade de Lions e Aplicações.

**Bibliografia:**


1. Costa, D.G.: An Invitation to Variational Methods in Differential Equations (Birkhuser Advanced Texts/Basler Lehrbcher), 2007.

2. Figueiredo, D.G.: The Ekeland variational principle with applications and detours. Tata Institute of fundamental research, Bombay, 1989.

3. Willem, M.: Minimax Theorems, Birkhauser, Boston, Besel, Berlim, 1996.

4. Ghoussoub, N.: Duality an perturbation methods in critical point theory. Cambridge University Press, 1993.

5. Rabinowitz, P.H.: Minimax Methods in Critical Point Theory With Applications to Differential Equations (Cbms Regional Conference Series in Mathematics), 1986.

6. Kavian, O.: Introduction à la théorie des points critiques: et applications aux problèmes elliptiques (Mathématiques et Applications), 1994.


**Teoria Espectral:** Operadores lineares limitados e não limitados. Operadores integrais, operadores de multiplicação e operadores diferenciais. O teorema de extensão para operadores limitados. A transformada de Fourier em $L^1(R^n)$, $S(R^n)$ e $L^2(R^n)$. Distribuições de Schawartz, distribuições temperadas e distribuições de suporte compacto. Os espaçoes de Sobolev $H^s(R^n)$. Aplicações às equações de evolução, lineares e não lineares. Operadores fechados, fecháveis, simétricos e auto-adjuntos. Resolvente e espectro. A transformada de Cayley. O teorema espectral para operadores auto- adjuntos nas formas de integrais espectrais, de operador de multiplicação e de cálculo funcional. O teorema de Stone.

**Bibliografia:**

1. Hille, E.: Methods in Classical and Functional Analysis. Reading, Mass., Addison-Wesley Pub. Co.,1972.
2. Kolmogorov, A.N., Fomin, S. V.: Introductory Real Analysis, Dover Publ., Inc. Translated from the seconde russian edition, 1970.
3. Reed, M., Barry, S.: Methods of Modern Mathematical Physics vols. I e II. New York : Academic Press, 1972-1978.
4. Riesz, F., SZ-Nagy, B.: Functional Analysis, Frederick Ungar Publ.Co. Translated from the second french edition, 1955.
5. Rudin, W.: Real and Complex Analysis. New York, McGraw-Hill, 1966.
6. Stone, M.: Linear Transformations in Hilbert Space and their Applications to Analysis, Amer. Math. Soc. Colloq. Publ., vol. 15, 1932.
7. Thayer, J.: Operadores Auto-adjuntos e Equações Diferenciais Parciais. Rio de Janeiro, Projeto Euclides, IMPA, 1987.

**Tópicos de Análise I:** Tópicos avançados escolhidos pelo professor responsável pela disciplina. O conteúdo é variável e abrange resultados de pesquisas recentes.

**Bibliografia:**

1. Escolha do professor responsável pela disciplina.

**Tópicos de Análise II:** Tópicos avançados escolhidos pelo professor responsável pela disciplina. O conteúdo é variável e abrange resultados de pesquisas recentes.

**Bibliografia:**

1. Escolha do professor responsável pela disciplina.

**Seminário de Análise I:** Tópicos avançados escolhidos pelo professor responsável pela disciplina. O conteúdo é variável e abrange resultados de pesquisas recentes.

**Bibliografia:**

1. Escolha do professor responsável pela disciplina.

**Seminário de Análise II:** Tópicos avançados escolhidos pelo professor responsável pela disciplina. O conteúdo é variável e abrange resultados de pesquisas recentes.

**Bibliografia:**

1. Escolha do professor responsável pela disciplina.

## GEOMETRIA E TOPOLOGIA

**Dinâmica Hiperbólica:** Ponto fixo hiperbólico e linearização topológica. Teorema da variedade estável e lambda lema. Teorema de Kupka-Smale. Conjuntos hiperbólicos: folheações estável e instável; exemplos: ferradura, solenóide, difeomorfismo derivado de Anosov, atrator de Plykin. Persistência e estabilidade de conjuntos hiperbólicos; lema de sombreamento. Estabilidade de difeomorfismos globalmente hiperbólicos (Anosov). Filtração e decomposição espectral dos difeomorfismos axioma A. Teorema da omega-estabilidade. Ciclos e exemplos de sistemas omega-instáveis. Estabilidade de ligação transversal de selasl. Comentários sobre as conjecturas da estabilidade e da omega-estabilidade. Closing Lemma e questões correlatas. Elementos de teoria das bifurcações.

**Bibliografia:**


1. Brin, M. and Stuck, G.: Introduction to Dynamical Systems,Cambridge University Press, 2002.

2. Katok, A. and Hasselblatt, B.: Introduction to Modern Theory of Dynamical Systems, Cambridge University Press, 1995.

3. Melo, W., Van Strien, S.: One-Dimensional Dynamics, Springer-Verlag, 1993.

4. Palis, J., De Melo, W.: Introduction to Dynamical Systems, Berlin, Springer-Verlag, 1982. Versão Original: Projeto Euclides, IMPA, 1987.

5. Palies, J., Takens, F.: Hyperbolicity & sensitive chaotic dynamics at homoclinic bifurcations, Cambridge University Press, 1993.

6. Shub, M.: Global Stability of Dynamical Systems. New York, Springer-Verlag, 1987.


**Geometria de Subvariedades:** As equações fundamentais e o teorema fundamental das imersões isométricas. Imersões umbílicas e mínimas. Hipersuperfícies convexas. Subvariedades com curvatura não positiva. Redução de codimensão. Imersões isométricas entre espaços de curvatura seccional constante. Rigidez isométrica local. Rigidez isométrica global. Composição de imersões isométricas. Subvariedades conformemente euclideanas. Imersões conformes. Outros Tópicos.

**Bibliografia:**

1. Do Carmo, M.: O Método do Referencial Móvel. Rio de Janeiro, III ELAM, IMPA, 1976.

2. Dajczer, M. et al.: Submanifolds and Isometric Immersions, Houston, Publish or Perish, 1990.

3. Rodriguez, L.: Geometria das Subvariedades. Rio de Janeiro, Monografias de Matemática, IMPA, 1976.

4. Spivak, M.: A Comprehensive Introduction to Differential Geometry, Berkeley, Publish or Perish, 1970-75.

**Tópicos de Análise Geométrica:** Teoremas de comparação: Teoremas de comparação de campos de Rauch, de Toponogov, de Bishop-Gromov, teorema de comparação do hessiano e do laplaciano, teorema de comparação de autovalores e teorema de comparação de Cheng. Estimativas de autovalor para o operador Laplaciano. EDPs em variedades. Geometria das Imersões e imersões mínimas.

**Bibliografia:**

1. O'Neill, B.: Semi-Riemannian Geometry with applications to relativity, Academic Press, 1983

2. Cheeger, J., Ebin, D.G.: Comparison Theorems in Riemannian Geometry, North Holland, Amsterdamm, 1975

3. Dajczer, M.: Submanifolds and Isometric Immersions, Publish or Perish, 1990

4. Jost, J.: Riemannian Geometry and Geometric Analysis. Universitext, Springer, 2011.

5. Li, P.: Geometric Analysis. Cambridge Studies in Advanced Mathematics– vol. 134, Cambridge University Press, 2012

6. Struwe, M.: Variational Methods, Applications to Nonlinear Partial Differential Equations and Hamiltonian Systems, vol 34. Springer, 1996

7. Schoen, R., Yau, S.-T.: Lectures on Differential Geometry. Conference Proceedings and Lecture Notes in Geometry and Topology-Vol 1, International Press, 1994

8. Palais, R.S., Terng, C-L.: Critical Point Theory and Submanifold Geometry, Lecture notes in Mathematics-Springer-Verlag, 1988

**Teoria Ergódica:** Teorema de Recorrência de Poincaré e teorema ergódico de Birkhoff. Existência de medidas invariantes para transformações contínuas. Transformações ergódicas e misturadoras. Transformações unicamente ergódicas. Decomposição ergódica de medidas invariantes. Entropias.

**Bibliografia:**


1. Katok, A., Hasselblat, B.: Introduction to Modern Theory of Dynamical Systems. Cambridge, 1995

2. Oliveira, K., Viana, M.: Fundamentos da Teoria Ergódica, 1ª edição, Rio de Janeiro, 2014

3. Mañé, R.: Ergodic Theory and Differentiable Dynamics. Berlin, Springer-Verlag, 1987

4. Walters, P.: Introduction to Ergodic Theory. Springer-Verlag, USA, 2000


**Topologia Algébrica:** Grupo fundamental. Espaços de recobrimento. CW-Complexos. Homologia singular. Axiomas de Eilenberg-Steenhood. Seqüências de Mayer-Vietores. Aplicações: Teorema da Invariância de dimensão; Teorema da separação de Jordan generalizado. Homologia de uma variedade. Característica de Euler. Cohomologia.

**Bibliografia:**


1. Hatcher, Allen.: Algebraic Topology. Cambridge University Press. 2002.

2. Lee, John.: Introduction to Topological Manifolds. Graduate Texts in Mathematics. Springer. 2000.

3. Mercuri, Francesco; Piccione, Paolo e Tausk, Daniel, V.: Notes on Morse Theory. 23° Colóquio Brasileiro de Matemática. Rio de Janeiro. IMPA. 2001.

4. Pitombeira, João Bosco.: Topologia Algébrica. 8° Colóquio Brasileiro de Matemática. Rio de Janeiro. IMPA. 1971.


**Subvariedades Mínimas:** Subvariedades mínimas de uma variedade Riemanniana como pontos críticos do funcional volume. Fórmulas da primeira e segunda variação do volume. Exemplos clássicos em formas espaciais e variedades Kähler. Estabilidade e estimativas de curvatura de Schoen e Colding-Minicozzi. Aplicações para a compacidade de famílias de superfícies mínimas estáveis. Teoria global de superfícies mínimas em 3-variedades homogêneas. Outros tópicos.

**Bibliografia:**


1. Colding, T. e Minicozzi, W.P.: An Excursion into Geometric Analysis, Surveys in Differential Geometry, International Press, 2004.

2. Lawson, B.: Lectures on Minimal Submanifolds, Berkeley, Publish or Perish, 1980.

3. Osserman, R.: A Survey of Minimal Submanifolds, 1st ed., New York, Van Nostrand, 1969. New York, 2nd ed., Dover Publ, 1988.


**Tópicos de Geometria Diferencial:** Geometria de fibrados principais e vetoriais. Conexão, curvatura e paralelismo em fibrados; Tensores e espinores. Operadores diferenciais elípticos em variedades. Espaços funcionais; Elipticidade; Operadores de Laplace e Dirac. Método de Bochner. Problemas variacionais e equações elípticas semi-lineares e quase-lineares. Aplicações harmônicas; Subvariedades mínimas; Ação de Einstein-Hilbert; O funcional de Yamabe. Equações parabólicas em variedades. Equação e núcleo do calor; Fluxos geométricos: fluxo pela curvatura média, fluxo de Ricci.

**Bibliografia:**


1. Petersen, P.: Riemannian geometry, Springer-Verlag, New York, 1996.

2. Chow, Lu e Ni.: Hamilton's Ricci flow, AMS, Providence, 2004.

3. Schoen, R. e Yau, S.-T.: Lectures in differential geometry, International Pres, 1999.

4. Aubin, T.: Some nonlinear problems in Riemannian geometry, Springer-Verlag, Heildelberg, 1999.


**Tópicos de Geometria I:** Tópicos avançados escolhidos pelo professor responsável pela disciplina. O conteúdo é variável e abrange resultados de pesquisas recentes.

**Bibliografia:**


1. Escolha do professor responsável pela disciplina.

**Tópicos de Geometria II:** Tópicos avançados escolhidos pelo professor responsável pela disciplina. O conteúdo é variável e abrange resultados de pesquisas recentes.

**Bibliografia:**

1. Escolha do professor responsável pela disciplina.

**Seminário de Geometria I:** Tópicos avançados escolhidos pelo professor responsável pela disciplina. O conteúdo é variável e abrange resultados de pesquisas recentes.

**Bibliografia:**

1. Escolha do professor responsável pela disciplina.

**Seminário de Geometria II:** Tópicos avançados escolhidos pelo professor responsável pela disciplina. O conteúdo é variável e abrange resultados de pesquisas recentes.

**Bibliografia:**

1. Escolha do professor responsável pela disciplina.

## MATEMÁTICA APLICADA

**Álgebra Linear Computacional:** Análise matricial. Decomposição em valores singulares. Sensibilidade de sistemas de equações lineares. Decomposição QR. Métodos para problemas de quadrados mínimos lineares. Análise de sensibilidade. Métodos iterativos clássicos para sistemas lineares. Introdução a Métodos baseados em subespaços de Krylov.

**Bibliografia:**


1. GOLUB, Gene H.; VAN LOAN, Charles F. Matrix computations. 3rd. ed. Baltimore: Johns Hopkins University Press, 1996.

2. DEMMEL, James W.; Applied Numerical Linear Algebra. Philadelphia: SIAM, 1997.

3. BHATIA, Rajendra. Matrix analysis. New York: Springer, 1996.

4. GREENBAUM, Anne; Iterative Methods for Solving Linear Systems. Philadelphia: SIAM, 1997.

5. HORN, Roger A.; JOHNSON, Charles R. Matrix analysis. Cambridge: Cambridge University Press, 1990.

6. MEYER, Carl D. Matrix analysis and applied linear algebra. Philadelphia: SIAM, 2000.

7. TREFETHEN, Lloyd N.; BAU, David. Numerical Linear Algebra. Philadelphia: SIAM, 1997.

8. WATKINS, David S. Fundamentals of matrix computations. New York: J. Wiley, 1991.

**Análise Convexa:** Produto escalar, norma, convergência de sequências. Noções 3 topológicas, aberto, fechado, ponto de aderência, interior e fecho de um conjunto. Conjuntos convexos e afins. Cones. Hiperplano. Envoltória convexa e envoltória afim de um conjunto. Politopos. Dimensão de um conjunto afim e de um conjunto convexo. Interior relativo de um conjunto. Álgebra de conjuntos. Separação de conjuntos convexos. Projeção de um ponto sobre um conjunto convexo. Subdiferenciabilidade. Funções convexas. Continuidade. Semicontinuidade inferior. Diferenciabilidade de funções convexas. Subdiferenciabilidade. Condições de otimalidade em programação convexa não-diferenciável. Princípios variacionais de Ekeland e Borwein-Preiss.

**Bibliografia:**

1. ROCKAFELLAR, T.: Convex Analyisis, Princeton University Press, 1972.

2. VAN TIEL, J.: Convex Analysis, An Introduction Test, John Wiley & Sons, 1984.

3. FLORENZANO, M., LE VAN, C.: Finite Dimensional Convexity and Optimization, Springer, 2001.

4. EKELAND, I.; TÉMAM, R; Convex Analysis and Variational Problems, Classics in applied mathematics, SIAM, 1999.

5. BORWEIN, J.M.; VANDERWERFF, D. - Convex functions: constructions, characterizations and counterexamples. Encyclopedia of mathematics, Cambridge, 2009.

**Análise Numérica:** Introduçãao à Teoria dos Erros. Raízes de Equações não Lineares. Interpolação Polinomial. Derivação e Integração Numérica. Equações Diferenciais Ordinárias de Primeira Ordem..

**Bibliografia:**


1. Atkinson, K.E.: An Introduction to Numerical Analysis, 2nd edition. Wiley. 1989.
2. Campos Filho, F. F.: Algoritmos Numéricos, 2a. Edição. Editora LTC. 2007.
3. Froberg , Carl-Erik. Introduction to numerical analysis. Reading: Addison Wesley, 1966.
4. Penny, John. Numerical methods using MATLAB. New York. Ellis Horwood, 1995
5. Stoer, J. and Bulirsch, R.: Introduction to Numerical Analysis. Springer-Verlag. 2002.


**Biomatemática:** Modelos populacionais Contínuo para espécies isoladas. Modelo populacional discreto para espécies isoladas. Modelos de interação entre espécies. Formação padrão espacial com sistemas de difusão de Reação.

**Bibliografia:**


1. J. D. Murray, Mathematical Biology, Vol 1. Springer, 2002.
2. J. D. Murray, Mathematical Biology, Vol 2. Springer, 2004.
3. L, Edelstein-Keshet, Mathematical Models in Biology, SIAM Classics in Applied Mathematics 46, 2005.


**Lógica Fuzzy:** Conjuntos Fuzzy. Relações Fuzzy. Lógica Fuzzy. Aplicações.

**Bibliografia:**


1. L. C. Barros e R. Bassanezi Tópicos de Lógica Fuzzy e Biomatemática. Editora do IMECC-UNICAMP, 2006.
2. A. Kaufmann. Introduction a la Theorie des Sous-ensembles Flous. Masson et Cie, Grenoble, 1973.

3. E. P. Klement. Some mathematical aspects of fuzzy sets: triangular norms, fuzzy logics and generalized measures. Fuzzy Sets and Systems, 90(2):133?140, september 1997

4. G. J. Klir, U. H. S. Clair, and B. Yuan. Fuzzy Set Theory, foundations and applications. Prentice-Hall, Upper Saddle River, 1997.

5. H. T. Nguyen and E. A. Walker. A First Course in Fuzzy Logic. CRC Press, Boca Raton, 1997.

**Programação Linear:** Modelos de programação linear. Geometria da programação linear. O método simplex. Dualidade em programação linear. O método dual simplex. Métodos clássicos de pontos interiores. Métodos primal-dual de pontos interiores. Implementações de algoritmos.

**Bibliografia:**

1. M.C.H. FAMPA; N. MACULAN, Otimização linear. Brasília: Editora da UnB. 2006.

2. FREDERICK S. HILLIER; GERALD J. LIEBERMAN, Introdução à Pesquisa Operacional, 8ª Ed., McGraw-Hill do Brasil, 2010.

3. W.L. WINSTON, Operations Research: Applications and Algorithms, 4 ed., Duxbury Press, 2003.

4. M.S. BAZARAA; J.J. JARVIS; H. D. SHERALI, Linear Programming and Network Flows. New York: John Wiley & Sons, 2nd edition, 1990.

5. S.J. WRIGHT, Primal-Dual Interior-Point Methods, Philadelphia: SIAM, 1997, pp. 289. ISBN 0-89871-382-X.

6. S.-C. FANG; S. PUTHENPURA, Linear Optimization and Extensions: Theory and Algorithms. New Jersey: AT&T, Prentice Hall.

7. D.G. LUENBERGER, Linear and Nonlinear Programming. New York: Kluwer Academic, 2nd edition, 2003. ISBN 1402075936.

8. P.E. GILL; W. MURRAY; M.H. WRIGHT, Practical Optimization. New York: Academic Press, 1981.

**Otimização I:** Existência de soluções. Condições de otimalidade para problemas sem restrições. Condições de otimalidade em forma primal para problemas com restrições. O cone tangente. Condições de otimalidade no caso das restrições de igualdade (condições de Lagrange, condições de segunda ordem). Conjuntos convexos. Teoremas de separação. Teoremas de alternativa. Funções convexas. Condições de otimalidade no caso das restrições de igualdade e desigualdade (condições de Karush-Kuhn-Tucker, condições de segunda ordem). Elementos da Teoria de Dualidade.

**Bibliografia:**


1. BAZARAA, M.S., SHERALI, H.D., SHETTY, C.M.: Nonlinear programming: Theory and algorithms. 3nd ed. Wiley-Interscience, John Wiley & Sons, Hoboken, NJ, 2006.

2. BERTSEKAS, D.P.: Nonlinear programming, Belmont, Mass.: Athena Scientific, 1995.

3. IZMAILOV, A., SOLODOV, M.: Otimização, volume 1: Rio de Janeiro, IMPA, 2005.

4. LUENBERGER, D.G., YE, Y.: Linear and Nonlinear Programming. Fourth Edition, Stanford University, 2016.

5. NESTEROV, Y.: Introductory Lectures on Convex Optimization: A Basic Course, 87 Applied Optimization, Springer Science & Business Media, 2003.

6. PERESSINI, A.L.; SULLIVAN, F.E., UHL, J.J., JR: The mathematics of nonlinear programming. Undergraduate Texts in Mathematics. Springer-Verlag, New York, 1988.

7. ROCKAFELLAR, R.T.: Convex Analysis. Princeton Univ. Press, 1970.


**Otimização II:** Métodos de otimização unidimensional. Métodos para otimização irrestrita (métodos de descida e busca linear, o método do gradiente, o método de Newton, métodos quase-Newton, métodos de direções conjugadas). Estratégias de globalização de convergência. Métodos para otimização com restrições (métodos do gradiente projetado, métodos de direções viáveis, penalização externa, penalização interna, Lagrangianas aumentadas, programação quadrática seqüencial). Métodos para otimização não-diferenciável (métodos de subgradiente, o método de planos cortantes, métodos de feixe).

**Bibliografia:**

1. BAZARAA, M.S., SHERALI, H.D., SHETTY, C.M.: Nonlinear programming: Theory and algorithms. 3nd ed. Wiley-Interscience, John Wiley & Sons, Hoboken, NJ, 2006.

2. BERTSEKAS, D.P.: Nonlinear programming, Belmont, Mass.: Athena Scientific, 1995.

3. IZMAILOV, A., SOLODOV, M.: Otimização, volume 1: Rio de Janeiro, IMPA, 2005.

4. LUENBERGER, D.G.: Linear and nonlinear programming. 2nd ed. Kluwer Academic Publishers, Boston, MA, 2003.

5. PERESSINI, A.L.; SULLIVAN, F.E., UHL, J.J., JR: The mathematics of nonlinear programming. Undergraduate Texts in Mathematics. Springer-Verlag, New York, 1988.

6. ROCKAFELLAR, R.T.: Convex Analysis. Princeton Univ. Press, 1970.

**Otimização Vetorial:** Espaços lineares e conjunto convexos, espaços lineares parcialmente ordenados, análise em cones. Pontos eficientes e minimização vetorial. Aplicações convexas e aplicações diferenciáveis. Problema de otimização vetorial não diferenciável. Escalarização: condições necessárias e suficientes de otimalidade. Teoremas de existência. Multiplicadores de Lagrange generalizados. Dualidade. Algoritmos de minimização em otimização vetorial.

**Bibliografia:**

1. JAHN, J.: Vector optimization: Theory, applications and extensions. 2nd ed. Springer, New York, 2011.

2. LUC, D.T.: Theory of vector optimization, Springer, Berlin, 1989.

**Tópicos de Otimização:** Tópicos avançados de Otimização escolhidos pelo professor responsável pela disciplina. O conteúdo é variável e abrange resultados de pesquisas recentes.

**Bibliografia:**

1. Escolha do professor responsável pela disciplina.

**Tópicos de Matemática Aplicada:** Tópicos avançados escolhidos pelo professor responsável pela disciplina. O conteúdo é variável e abrange resultados de pesquisas recentes.

**Bibliografia:**

1. Escolha do professor responsável pela disciplina.

**Seminário de Otimização:** Tópicos avançados escolhidos pelo professor responsável pela disciplina. O conteúdo é variável e abrange resultados de pesquisas recentes.

**Bibliografia:**

1. Escolha do professor responsável pela disciplina.

**Seminário de Matemática Aplicada:** Tópicos avançados escolhidos pelo professor responsável pela disciplina. O conteúdo é variável e abrange resultados de pesquisas recentes.

**Bibliografia:**

1. Escolha do professor responsável pela disciplina.